Sammanfattning av

MATEMATIK alfa α MATEMATIK beta β MATEMATIK gamma γ

Här finns sammanfattningar på varje del i det centrala innehållet kopplat till Matematik Alfa Beta Gamma.

© FÖRFATTARNA OCH LIBER AB.
FÅR KOPIERAS. WWW.LIBER.SE

Innehållsförteckning

© FÖRFATTARNA OCH LIBER AB.
FÅR KOPIERAS. WWW.LIBER.SE

Taluppfattning och tals användning

Naturliga tal

Det finns tio *siffror*: 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8 och 9.

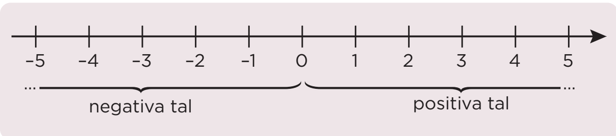
Av siffrorna kan vi bilda hur många tal som helst.

Talen 0, 1, 2, 3, … är *naturliga tal*.

Talen 0, 2, 4, … kallas *jämna tal* och 1, 3, 5, … kallas *udda tal*.

Hela tal

På en tallinje finns de *negativa talen* till vänster om 0.



De naturliga talen och de negativa hela talen bildar tillsammans de *hela talen*.

Olikhetstecken

Tecknet < betyder ”är mindre än”.

Tecknet > betyder ”är större än”.

Det båda tecknen är exempel på *olikhetstecken*.

Tal i decimalform

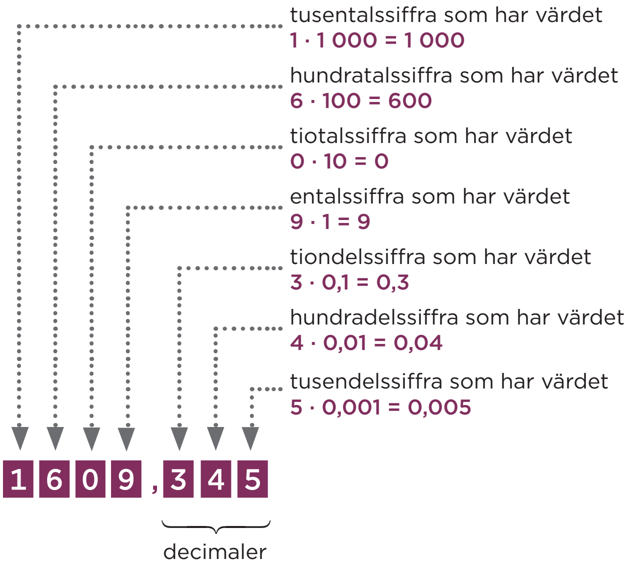
Talet 0,12 är exempel på ett tal i *decimalform*.

Talet läses ”noll komma tolv” eller ”tolv hundra-delar”.

Platsvärden

En siffras *platsvärde* beror på vilken plats siffran har i talet, vilken *position* den har.

Ett sådant talsystem kallas för ett *positionssystem*.



Addition och subtraktion

ADDITION

term + term = summa

```
  1 1
  29,80
+  6,75
-------
  36,55
```

SUBTRAKTION

term – term = differens

```
    10 10
  1 9, 1 0
−   7,25
--------
   11,85
```

När man räknar addition och subtraktion med uppställning är det viktigt att ental placeras under ental, tiondelar under tiondelar och så vidare.

© FÖRFATTARNA OCH LIBER AB.
FÅR KOPIERAS. WWW.LIBER.SE

Taluppfattning och tals användning, forts.

Multiplikation

faktor · faktor = produkt

$$12{,}3 \cdot 7 = 86{,}1$$

Division

$$\frac{\text{täljare}}{\text{nämnare}} = \text{kvot}$$

$$\frac{72{,}6}{3} = 24{,}2$$

Uttryck med flera räknesätt

När man gör en beräkning av ett numeriskt uttryck måste man följa *prioriteringsreglerna*.

$2 \cdot 3 + 4 = 6 + 4 = 10$

PRIORITERINGSREGLER

1. Först räknas multiplikation och division.
2. Sedan räknas addition och subtraktion.

Fler nollor men samma värde

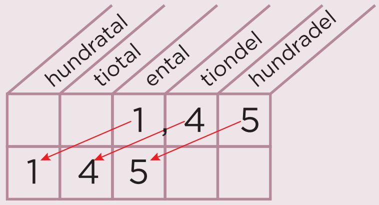
Du kan lägga till hur många nollor som helst i slutet av ett tal i decimalform utan att värdet på talet förändras.

$$0{,}3 = 0{,}30 = 0{,}300$$

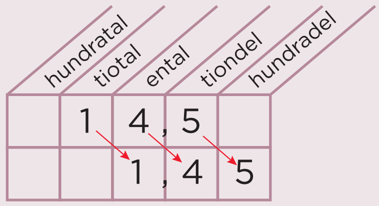
3 tiondelar = 30 hundradelar = 300 tusendelar

Multiplikation och division med 10, 100 och 1 000

$$1{,}45 \cdot 100 = 145$$



$$14{,}5 / 10 = 1{,}45$$



Lägga till nollor

Ibland behöver du lägga till flera nollor efter decimaltecknet i täljaren för att kunna slutföra en division.

$$\frac{6{,}3}{5} = 1 \qquad \frac{6{,}3}{5} = 1{,}2$$

$$\frac{6{,}30}{5} = 1{,}26$$

Här lägger du till en nolla i täljaren.

© FÖRFATTARNA OCH LIBER AB.
FÅR KOPIERAS. WWW.LIBER.SE

Taluppfattning och tals användning, forts.

Decimaler i båda faktorerna

Produkten har lika många decimaler som faktorerna har sammanlagt.

$0,7 \cdot 2,35 = 1,645$

$$\begin{array}{r} 2,35 \\ \cdot \quad 0,7 \\ \hline 1,645 \end{array}$$

Eftersom faktorerna har tre decimaler sammanlagt har produkten tre decimaler.

Multiplikation med stora tal

$$\begin{array}{r} 1,5 \\ \cdot \quad 3\,\cancel{0} \\ \hline 45\,0 \end{array}$$

eller

$30 \cdot 1,5 = 3 \cdot 10 \cdot 1,5 = 3 \cdot 15 = 45$

Division med stora tal

När man ska dividera med ett tal som slutar på en eller flera nollor kan man börja med att *förkorta* med 10, 100 eller 1 000. Att förkorta innebär att täljare och nämnare divideras med samma tal. I exemplet nedan har vi förkortat med 10.

$$\frac{325}{50} = \frac{325/10}{50/10} = \frac{32,5}{5} = 6,5$$

Avrundning

När du *avrundar* ett tal ersätter du det med till exempel närmaste tiondel, heltal, tiotal eller hundratal. Det avrundade talet kallas *närmevärde*.

$78 \approx 80$

$433 \approx 400$

$1,65 \approx 1,7$

≈ betyder ”är ungefär lika med”

Överslagsräkning

När du ska räkna ut ungefär hur mycket någonting är, gör du en *överslagsräkning*. Du avrundar först talen på lämpligt sätt och räknar sedan som vanligt.

$72 + 41 + 67 \approx 70 + 40 + 70 = 180$

$8,2 \cdot 490 \approx 8 \cdot 500 = 4000$

$$\frac{62,9}{7,8} \approx \frac{64}{8} = 8$$

Tal i bråkform och blandad form

$$\frac{3}{7}$$

täljare

bråkstreck

nämnare

Talet $\frac{3}{7}$ är ett tal i *bråkform*.

Talet $1\frac{1}{3}$ är skrivet i *blandad form*. När samma tal skrivs $\frac{4}{3}$ är det skrivet i bråkform.

© FÖRFATTARNA OCH LIBER AB.
FÅR KOPIERAS. WWW.LIBER.SE

Taluppfattning och tals användning, forts.

Förlängning och förkortning av bråk

Att *förlänga* ett bråk innebär att *täljare* och *nämnare* multipliceras med samma tal.

$$\frac{2}{5} = \frac{2 \cdot 2}{5 \cdot 2} = \frac{4}{10}$$

Här har vi förlängt med 2.

Att *förkorta* ett bråk innebär att *täljare* och *nämnare* divideras med samma tal. När bråket är skrivet med så liten nämnare som möjligt, sägs bråket vara skrivet i *enklaste form*.

$$\frac{4}{6} = \frac{4 / 2}{6 / 2} = \frac{2}{3}$$

Här har vi förkortat med 2.

När ett bråk förlängs eller förkortas har det nya bråket samma värde som det ursprungliga bråket.

Bråkform och decimalform

Ett tal i *bråkform* kan även skrivas i *decimalform*. Här är några samband som är bra att kunna:

en tiondel = $\frac{1}{10}$ = 0,1

en hundradel = $\frac{1}{100}$ = 0,01

en halv = $\frac{1}{2}$ = 0,5

en fjärdedel = $\frac{1}{4}$ = 0,25

en femtedel = $\frac{1}{5}$ = 0,2

Minsta gemensam nämnare

För att kunna jämföra bråken $\frac{3}{8}$ och $\frac{5}{12}$ kan vi skriva bråken med samma nämnare.

Den nämnare vi väljer är 24, vilket är den *minsta gemensamma nämnaren* (MGN).

Vi förlänger $\frac{3}{8}$ med 3 och får då $\frac{3 \cdot 3}{8 \cdot 3} = \frac{9}{24}$.

Vi förlänger $\frac{5}{12}$ med 2 och får då att

$$\frac{5}{12} = \frac{5 \cdot 2}{12 \cdot 2} = \frac{10}{24}.$$

Vi ser att $\frac{5}{12}$ är ett större tal än $\frac{3}{8}$.

Addition och subtraktion av bråk

När man adderar eller subtraherar bråk, måste bråken ha samma nämnare.

$$\frac{2}{5} + \frac{1}{5} = \frac{3}{5} \qquad \frac{3}{4} - \frac{1}{4} = \frac{2}{4} = \frac{1}{2}$$

Man kan även skriva om bråken i decimalform och därefter göra beräkningen.

0,4 + 0,2 = 0,6

0,75 − 0,25 = 0,50 = 0,5

Binära talsystemet

Vårt vanliga talsystem, tiosystemet, är uppbyggt av byggbitarna 1-tal, 10-tal, 100-tal och så vidare. I det *binära talsystemet* är byggbitarna 1-tal, 2-tal, 4-tal, 8-tal och så vidare.

Det binära talet 11011_2 motsvaras i tiosystemet av talet:

$$1 \cdot 16 + 1 \cdot 8 + 0 \cdot 4 + 1 \cdot 2 +$$
$$+ 1 \cdot 1 = 16 + 8 + 2 + 1 = 27$$

© FÖRFATTARNA OCH LIBER AB.
FÅR KOPIERAS. WWW.LIBER.SE

Algebra

Uttryck med variabel

$4 \cdot x + 1$ är ett exempel på ett *algebraiskt uttryck*. I uttrycket är x en *variabel*.

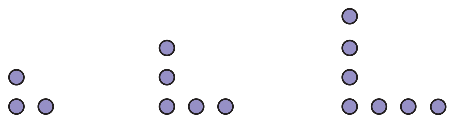
Istället för $4 \cdot x$ skriver man oftast $4x$. Uttrycket skrivs då $4x + 1$.

Värdet av ett uttryck

Om vi i uttrycket $4 \cdot x + 1$ sätter in värdet 5 istället för x så får vi $4 \cdot 5 + 1 = 21$.

Vi har då beräknat *uttryckets värde* för $x = 5$.

Mönster och uttryck



Figur 1 Figur 2 Figur 3

Cirklarna bildar ett *mönster* som kan skrivas som en *talföljd:*

3 5 7 9...

Antalet cirklar ökar med 2 för varje ny figur. Vi säger att *differensen* är 2.

Den här talföljden kan beskrivas med ett algebraiskt uttryck, $2n + 1$. Bokstaven n talar om vilken plats talet har i talföljden. $n = 1$ ger det första talet i talföljden, $n = 2$ ger det andra talet i talföljden och så vidare.

Förenkling av uttryck

Ett uttryck kan ofta *förenklas*. Det innebär att termer av samma sort slås samman till en term. Här är ett exempel på en förenkling:

$3a + b - 2a + 4b =$

$= 3a - 2a + b + 4b =$

$= a + 5b$

Ekvation

$2x + 1 = 9$ är ett exempel på en ekvation. En ekvation är en likhet som innehåller ett obekant tal.

När man löser en ekvation så tar man reda på värdet av det obekanta talet.

$$\begin{aligned} 2x + 1 &= 9 \\ 2x + 1 - 1 &= 9 - 1 \\ 2x &= 8 \\ x &= 4 \end{aligned}$$

Om vänster led och höger led är lika (V.L. = H.L.) så stämmer värdet man fått.

V.L. = $2 \cdot 4 + 1 = 9$ och H.L. = 9,
alltså stämmer det.

© FÖRFATTARNA OCH LIBER AB.
FÅR KOPIERAS.

Geometri

Enheter för tid

1 år = 12 månader = 4 kvartal = 365 dygn
1 år ≈ 52 veckor
1 skottår = 366 dygn
1 vecka = 7 dygn
1 dygn = 24 timmar (h)
1 timme = 60 minuter (min)
1 minut = 60 sekunder (s)

Enheter för längd

1 m = 10 dm = 100 cm = 1 000 mm
1 dm = 10 cm = 100 mm
1 cm = 10 mm

1 mil = 10 km = 10 000 m
1 km = 1 000 m

Enheter för volym

1 liter = 10 dl = 100 cl = 1 000 ml
1 dl = 10 cl = 100 ml
1 cl = 10 ml

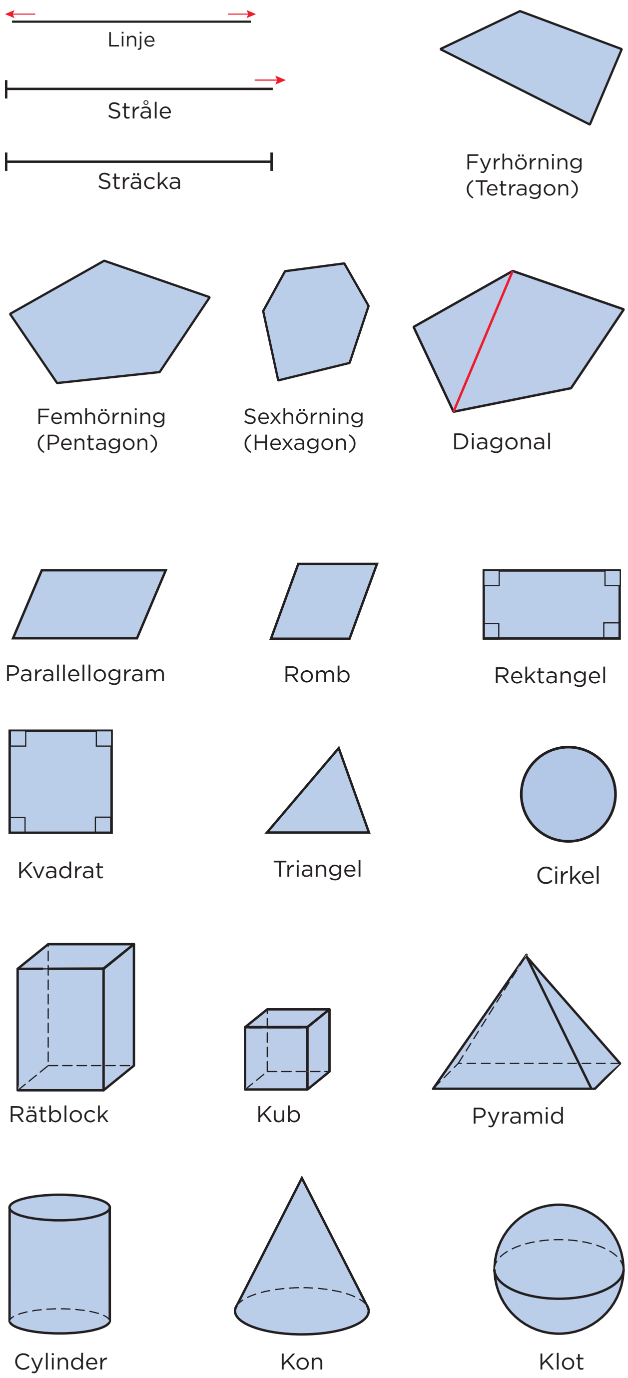
Enheter för vikt

1 kg = 10 hg = 1 000 g
1 hg = 100 g
1 ton = 1 000 kg

Prefix

Prefix	Förkortning	Betyder	Exempel
kilo	k	tusen	1 km = 1 000 m
deci	d	tiondel	1 dm = 0,1 m
centi	c	hundradel	1 cm = 0,01 m
milli	m	tusendel	1 mm = 0,001 m

Geometriska objekt

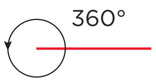


© FÖRFATTARNA OCH LIBER AB.
FÅR KOPIERAS. WWW.LIBER.SE

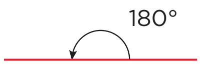
Geometri, forts.

Vinklar

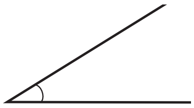
Vinklar mäts i grader.



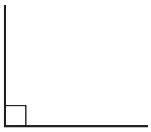
Ett helt varv är 360°.



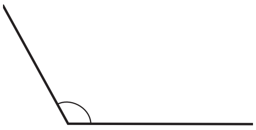
Ett halvt varv är 180°.



En *spetsig vinkel* är mindre än 90°.



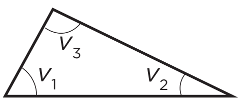
En *rät vinkel* är 90°.



En *trubbig vinkel* är större än 90° men mindre än 180°.

Trianglars vinkelsumma

Summan av vinklarna i en triangel är 180°.



$v_1 + v_2 + v_3 = 180°$

Skala

Om en karta är ritad i *skala* 1 : 15 000 betyder det att 1 cm på kartan är 15 000 cm i verkligheten.

Om en insekt är avbildad i skala 5 : 1 betyder det att 5 cm på bilden är 1 cm i verkligheten.

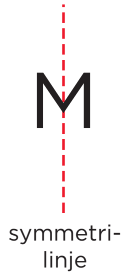
Exempel

En karta har skalan 1 : 20 000. Mellan två hus på kartan är det 4 cm. I verkligheten är det då:

20 000 · 3 cm = 60 000 cm = 600 m

Symmetri

Bokstaven M är *symmetrisk*. Den del av bokstaven som ligger på ena sidan om *symmetrilinjen* är en *spegelbild* av den del av bokstaven som ligger på andra sidan om symmetrilinjen.

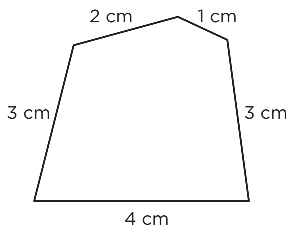


Omkrets

När du mäter *omkretsen* tar du reda på hur långt det är runt omkring en figur. Du får omkretsen genom att addera längden av sidorna.

Den här femhörningen har omkretsen:

4 cm + 3 cm + 1 cm + 2 cm + 3 cm = 13 cm

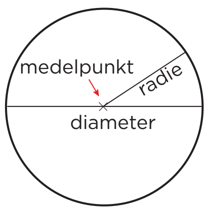


Cirklars omkrets

Omkretsen av en cirkel beräknas med *formeln:*

omkretsen = π · diametern $\quad O = \pi \cdot d$

π = 3,141 592 653 589… ≈ 3,14

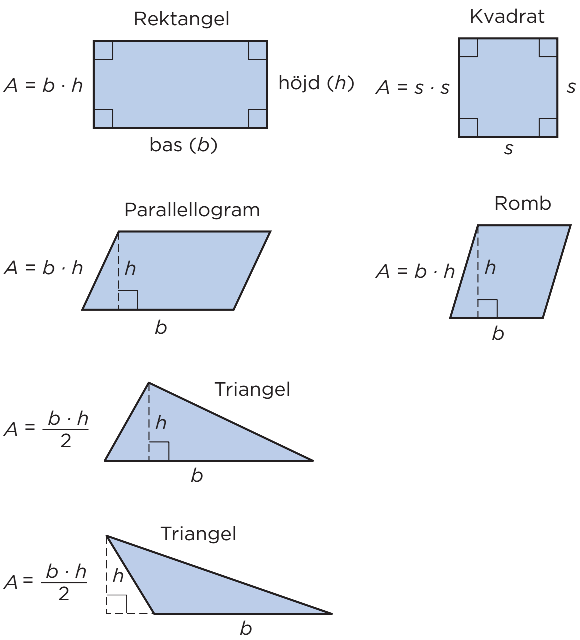


© FÖRFATTARNA OCH LIBER AB.
FÅR KOPIERAS. WWW.LIBER.SE

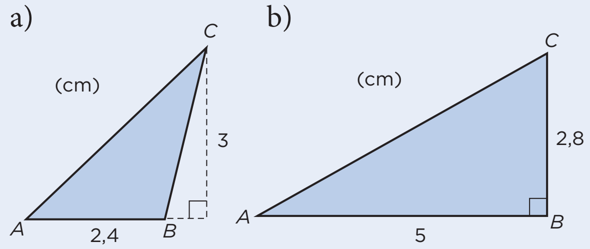
Geometri, forts.

Area

Ett områdes *area* talar om hur stor yta området har.



a) b)



a) Area: $\frac{2{,}4 \cdot 3}{2}\ cm^2 = \frac{7{,}2}{2}\ cm^2 = 3{,}6\ cm^2$

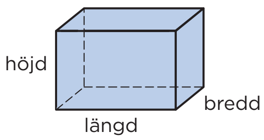
b) Area: $\frac{5 \cdot 2{,}8}{2}\ cm^2 = \frac{14}{2}\ cm^2 = 7\ cm^2$

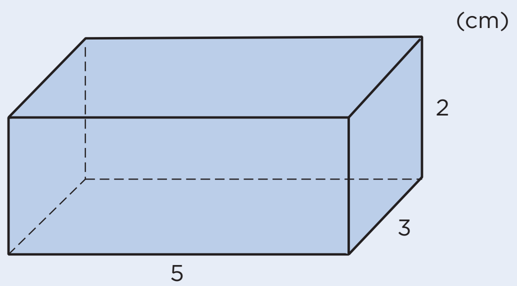
Volym

En geometrisk kropp har en viss *volym*. Med volym menas hur stor kroppen är. Om det är en kub med kanten 1 cm så är volymen 1 cm^3 (kubikcentimeter).

Volymen av ett rätblock, till exempel en låda, får vi genom att multiplicera kanternas längder med varandra.

volym = längd · bredd · höjd





Volym: $5 \cdot 3 \cdot 2\ cm^3 = 30\ cm^3$

© FÖRFATTARNA OCH LIBER AB.
FÅR KOPIERAS. WWW.LIBER.SE

Samband och förändring

Andel

En *andel* kan skrivas som ett bråk med *delen* i täljaren och *det hela* i nämnaren.

$$\text{andelen} = \frac{\text{delen}}{\text{det hela}}$$

Tre av de fem blommorna är gula. Andelen gula blommor är tre femtedelar, $\frac{3}{5}$.

Andelen blommor som är röda är två femtedelar, $\frac{2}{5}$.

Procent

Procent betyder hundradel.

Det hela är lika med 100 %.

Hälften är 50 % och en fjärdedel är 25 %.

Procentform – bråkform – decimalform

Ett tal i procentform kan skrivas i bråkform och i decimalform.

$$1\ \% = \frac{1}{100} = 0{,}01$$

procent-form | bråkform | decimal-form

Kom ihåg

Andel i ord	Procent-form	Bråk-form	Decimal-form
Det hela	100 %	$\frac{100}{100} = \frac{1}{1}$	1
En halv	50 %	$\frac{50}{100} = \frac{1}{2}$	0,5
En fjärdedel	25 %	$\frac{25}{100} = \frac{1}{4}$	0,25
En femtedel	20 %	$\frac{20}{100} = \frac{1}{5}$	0,2
En tiondel	10 %	$\frac{10}{100} = \frac{1}{10}$	0,1
En hundradel	1 %	$\frac{1}{100}$	0,01
En tusendel	0,1 %	$\frac{1}{1000}$	0,001

a) 40 % av 450 g

b) 6 % av 2 km

a) $10\ \%$ av $450\ g = \frac{450}{10}\ g = 45\ g$

$40\ \%$ av $450\ g = 4 \cdot 45\ g = 180\ g$

b) $1\ \%$ av $2\ km = 1\ \%$ av $2000\ m =$

$= \frac{2000}{100}\ m = 20\ m$

$6\ \%$ av $2\ km = 6 \cdot 20\ m = 120\ m$

© FÖRFATTARNA OCH LIBER AB.
FÅR KOPIERAS. WWW.LIBER.SE

Samband och förändring, forts.

Koordinatsystem

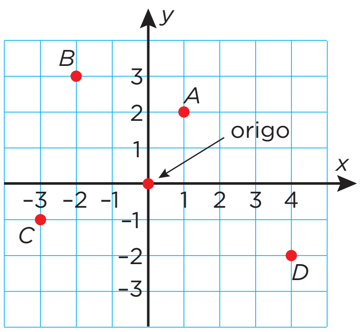
Bilden visar ett *koordinatsystem*.

De båda tallinjerna, eller *koordinataxlarna*, brukar kallas *x-axel* och *y-axel*.

Punkten A har *koordinaterna* ”ett, två” vilket skrivs (1, 2).

Den punkt där de båda tallinjerna skär varandra kallas *origo*.

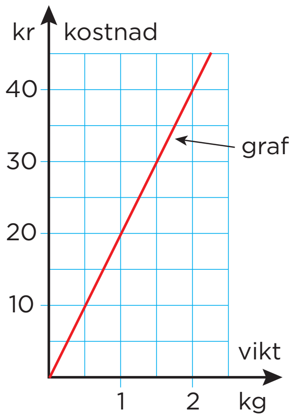
Origo har koordinaterna (0, 0).



Proportionalitet

Om man köper till exempel bananer så är kostnaden *proportionell* mot vikten. Det innebär att man betalar lika mycket för varje kilogram man köper.

En proportionalitet kan avbildas i ett koordinatsystem. *Grafen* är rät och utgår från origo.



Grafen visar att bananerna kostar 20 kr per kilogram. En klase som väger 2,5 kg kostar då $2{,}5 \cdot 20$ kr = 50 kr.

© FÖRFATTARNA OCH LIBER AB.
FÅR KOPIERAS. WWW.LIBER.SE

Sannolikhet och statistik

Sannolikhet

Sannolikheten för en händelse brukar betecknas med *P* och kan anges i bråkform, procentform eller decimalform.

$$P(\text{händelse}): \frac{\text{antalet gynnsamma utfall}}{\text{antalet möjliga utfall}}$$

Sannolikheten att plocka upp en röd kula är:

$$P(\text{röd kula}) = \frac{2}{5}$$

Kombinatorik

Den matematik som handlar om att beräkna antalet möjliga kombinationer kallas *kombinatorik.*

Antag att vi vill räkna ut hur många tresiffriga tal som kan skrivas med siffrorna 2, 4 och 6.

Om alla siffror bara får förekomma en gång är antalet kombinationer $3 \cdot 2 \cdot 1 = 6$.

Lägesmått

Medelvärdet får man om man adderar alla tal och sedan dividerar summan med antalet tal.

Typvärdet är det värde som förekommer flest gånger i en undersökning, det vanligaste värdet.

Medianen är det värde som hamnar i mitten om värdena skrivs i storleksordning.

Exempel:

Beräkna medelvärde, median och typvärde av talen 5, 2, 2, 4, 3, 2, 3.

Medelvärde:

$$\frac{5+2+2+4+3+2+3}{7} = \frac{21}{7} = 3$$

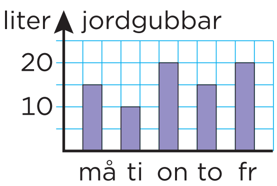
Median:

2 2 2 3 3 4 5

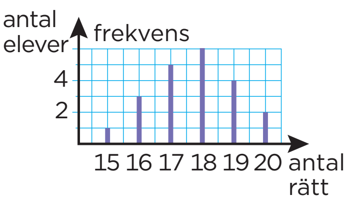
Typvärde:

2

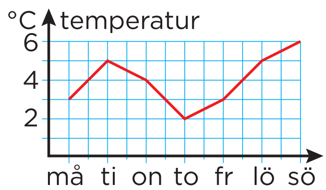
Diagram



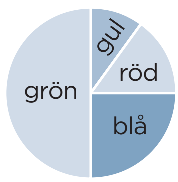
stapeldiagram



stolpdiagram



linjediagram



cirkeldiagram

© FÖRFATTARNA OCH LIBER AB.
FÅR KOPIERAS. WWW.LIBER.SE